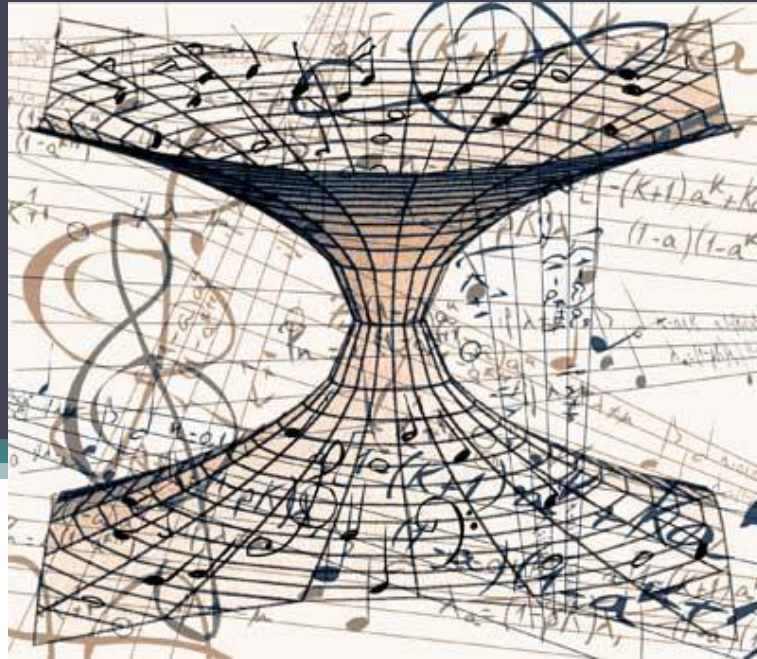


Música i matemàtiques: Com sona la successió de Fibonacci?



INS Pere Ribot
Carla Gómez Cano
2n.baxt.B
26 de Gener del 2016
Tutoritzat per Eduard Bosch

Introducció

- Tria del treball
- Objectius
 - ❖ Successió de Fibonacci.
 - ❖ El nombre d'or.
 - ❖ Com fer melodies.
 - ❖ Fer composicions que segueixin la successió de Fibonacci i el nombre d'or.
- Plantejament del treball
 - ❖ Introducció
 - ❖ Part teòrica
 - ❖ Part pràctica
 - ❖ Conclusions

Successions

Successió de Fibonacci

$a :$	\mathbb{N}	\rightarrow	\mathbb{R}
	1	\mapsto	a_1
	2	\mapsto	a_2
	3	\mapsto	a_3
	...		
	n	\mapsto	a_n

Successió de nombres reals

$$\begin{cases} f_1 = 1 \\ f_2 = 2 \\ f_n = f_{n-1} + f_{n-2}, \forall n > 2 \end{cases}$$

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 ...

Successió de Fibonacci

La raó d'or

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

Equació del nombre d'or

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,6180339$$

Nombre d'or

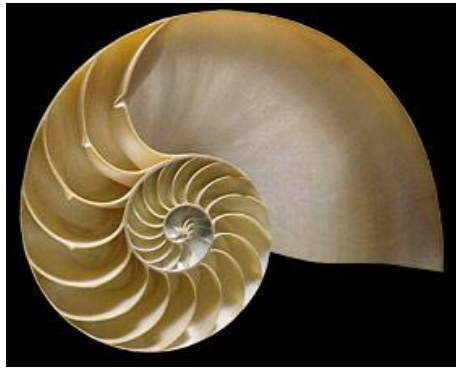
Relació entre la successió de Fibonacci i la raó d'or

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}}{f_n} = \Phi$$

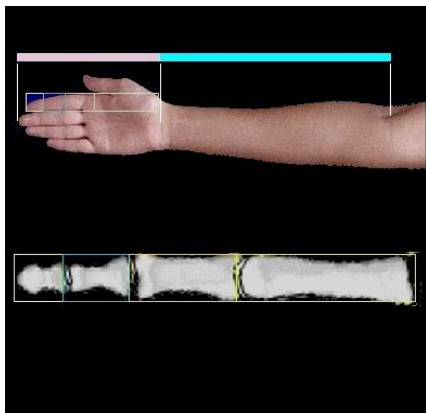
El límit és la raó d'or

Aparicions de la successió de Fibonacci i la raó d'or

A la natura

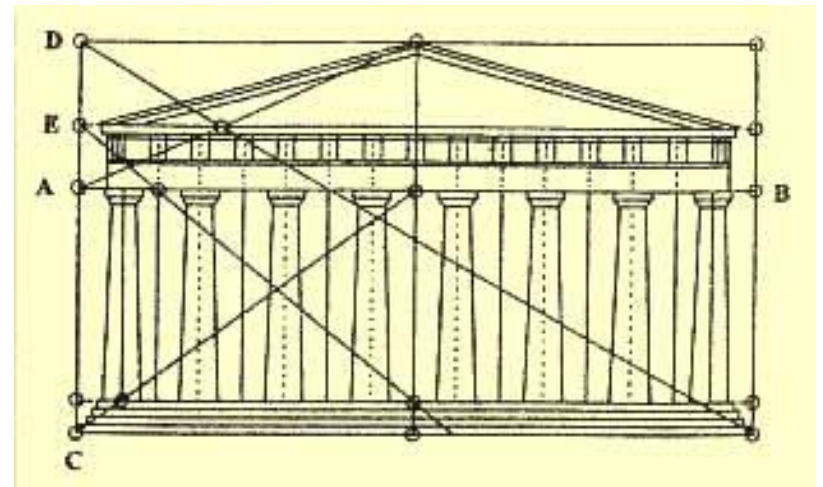


Nautilus



Braç i falanges humanes

A l'arquitectura

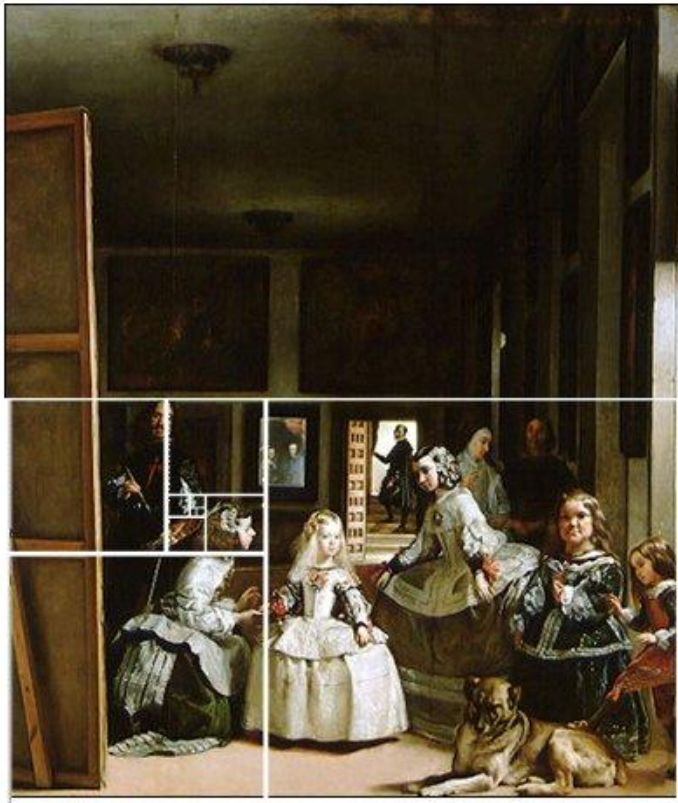


Partenó Grècia

$$\frac{AB}{CD} = \Phi \quad \frac{AC}{AD} = \Phi \quad \frac{CD}{CA} = \Phi$$

Aparicions de la successió de Fibonacci i la raó d'or

A la pintura



Las meninas, Diego Velázquez

A la vida quotidiana



DNI (Document nacional d'identitat)

Música moderna occidental

- Escales:

Do-Do#-Re-Re#-Mi-Fa-Fa#-Sol-Sol#-La-La#-Si (Escala cromàtica des de Do)

Do (T) Re (T) Mi (st) Fa (T) Sol (T) La (T) Si (st) Do (Escala de Do major) 📢₁

La (T) Si (st) Do (T) Re (T) Mi (st) Fa (T) Sol (T) La (Escala de La menor) 📢₂

Música moderna occidental

- Harmonia

- ❖ Acords majors

Do-Mi-Sol-Si (Acord de do major sèptima)

- ❖ Acords menors

La-Do-Mi-Sol (Acord de La menor sèptima)

- ❖ Acord sèptima

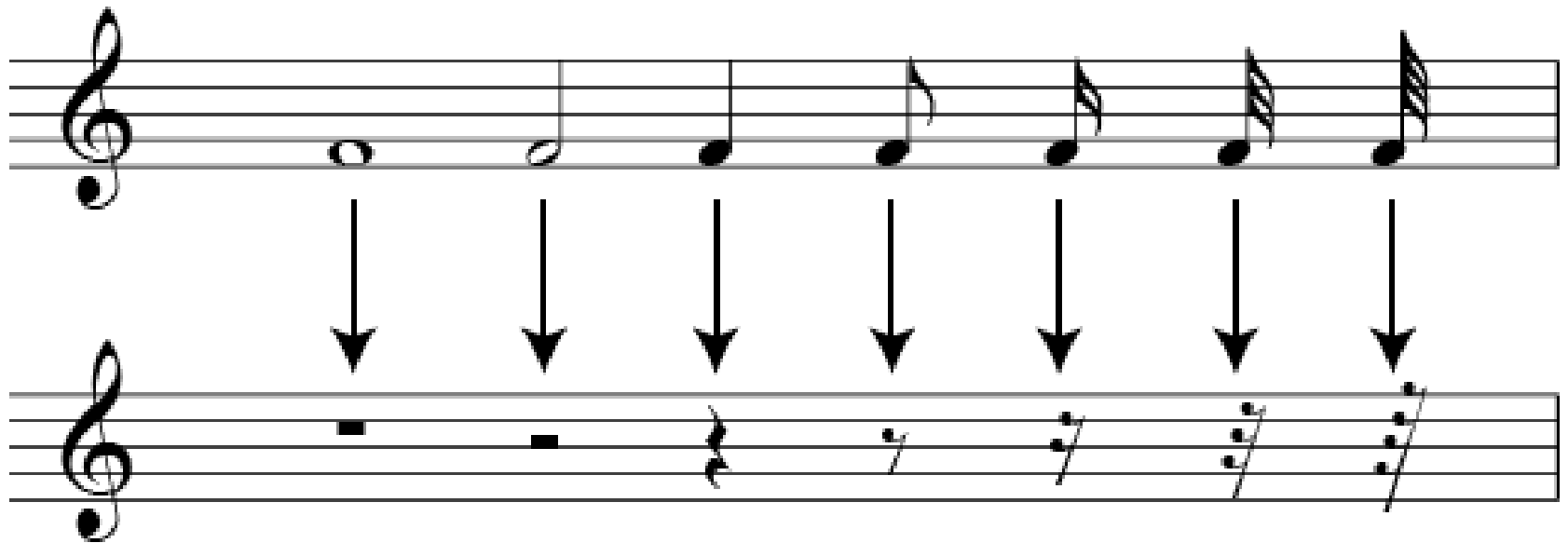
Do-Mi-Sol-Sib (Acord de Do sèptima)

- ❖ Acord semidisminuit

Do-Mib-Solb-Sib (Acord de Do semidisminüt)

Música moderna occidental

- Ritme



Música atonal

- Serialisme dodecafònic

Sèries només a la melodia.

- Serialisme integral

Sèries a diversos paràmetres.

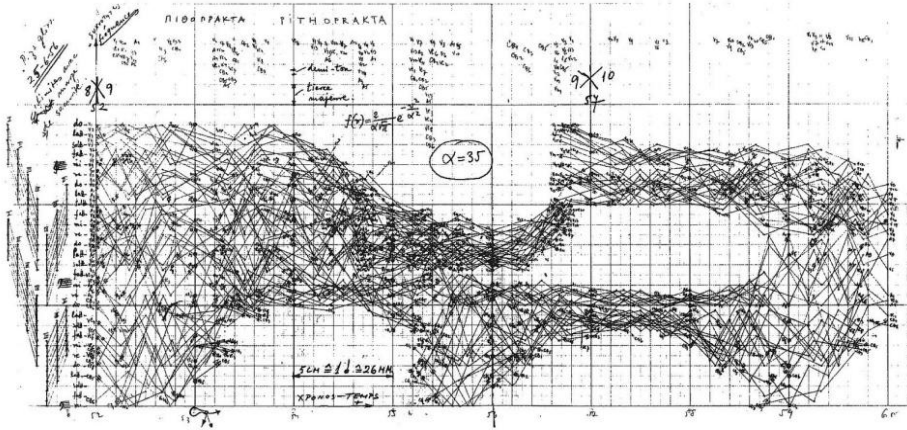


Arnold Schönberg

Música i matemàtiques

Successió de Fibonacci i raó d'or a la música

Pithoprakta (1955-56), mesures 52-59 : graphique de Xenakis
Source : Iannis Xenakis, *Musique. Architecture*, Tournai, Casterman, 1976, p. 167



Gràfic fet per Xenakis

- Mozart
- Beethoven
- Béla Bartók
- Elliot Sharp
- Joseph Schillinger
- Joan Serra
- Tool

Successió de Fibonacci amb wxMaxima

```
kill(all)$  
a[1]:0 $ a[2]:1$  
a[n]:= (a[n-1]+a[n-2])$  
makelist([a[n]],n,1,100);
```

```
(%o4) [[0],[1],[1],[2],[3],[5],[8],[13],[21],[34],[  
55],[89],[144],[233],[377],[610],[987],[1597],[2584],[  
4181],[6765],[10946],[17711],[28657],[46368],[75025],[  
121393],[196418],[317811],[514229],[832040],[1346269],[  
2178309],[3524578],[5702887],[9227465],[14930352],[  
24157817],[39088169],[63245986],[102334155],[165580141],[  
267914296],[433494437],[701408733],[1134903170],[  
1836311903],[2971215073],[4807526976],[7778742049],[  
12586269025],[20365011074]]
```

Successió de Fibonacci modulada

$$\{R_n(m)\}_{n \geq 0} \quad R_n(m) = \frac{F_n}{m}$$

```
(%i13) mod(%o4,11);  
(%o13) [[0],[1],[1],[2],[3],[5],[8],[2],[10],[1],[0]  
, [1],[1],[2],[3],[5],[8],[2],[10],[1],[0],[1],[1],[  
2],[3],[5],[8],[2],[10],[1],[0],[1],[1],[2],[3],[5]  
, [8],[2],[10],[1],[0],[1],[1],[2],[3],[5],[8],[2],[  
10],[1],[0],[1]]
```

Composicions amb música moderna occidental

Melodia

G: 0	D: 4	A': 8	E': 12
A: 1	E: 5	B': 9	F#': 13
B: 2	F#: 6	C': 10	
C: 3	G': 7	D': 11	

Abans de substituir:

[0],[1],[1],[2],[3],[5],[8],[13],[7],[6],[13],[5],[4],[9],[13],[8],[7],[1],[8],[9],[3],[2],
[1],[13],[0],[13],[13],[12],[11],[9],[6],[1],[7],[8],[1],[9],[10],[5],[1],[6],[7],[13],
[6],[5],[11],[2],[13],[1]


Després de substituir:

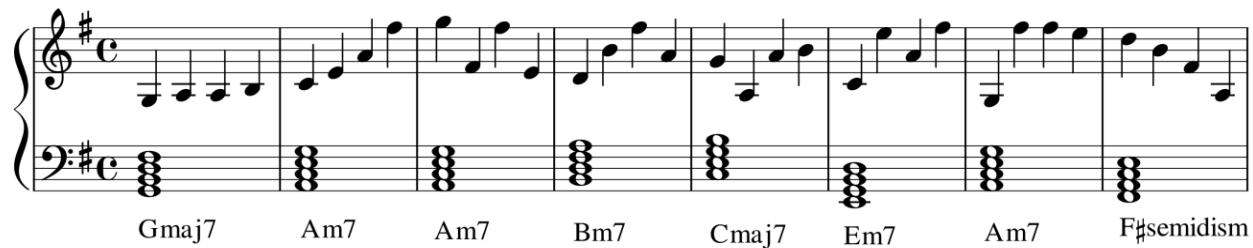
G,A,A,B,C,E,A',F#',G',F#,F#',E,D,B',F#',A',G',A,A',B',C,E',A,F#',G,F#',
F#',E',D',B',F#,A,G',A',A,B',C',E,A,F#,G',F#',F#,E,D',B,F#',A

Composicions amb música moderna occidental

Harmonia

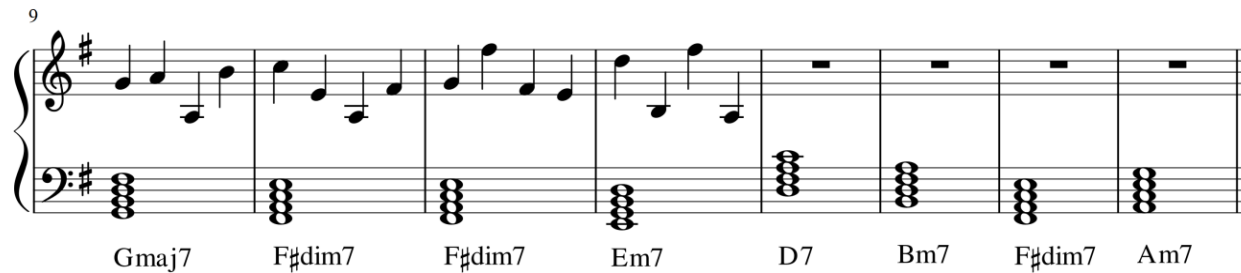
Gmaj7- Am7- Bm7- Cmaj7- D7- Em7- F#semidism

Fibonacci melodia i harmonia G major  10



Gmaj7 Am7 Am7 Bm7 Cmaj7 Em7 Am7 F#semidism

9




Gmaj7 F#dim7 F#dim7 Em7 D7 Bm7 F#dim7 Am7

Composicions amb música moderna occidental

Ritme

Blanca-negra-corxera-semicorxera-Sblanca-Snegra-Scorxera-Ssemicorxera

Fibonacci en B menor amb ritme i silencis  12



Composicions amb dodecafonisme

Escala cromàtica

Sol Sol# La La# Si Do Do# Re Re# Mi Fa Fa#

Sèrie original

Sol Sol# La Si Re La# Do# Fa Fa# Do Re# Mi

Sèrie retrògrada

Mi Re# Do Fa# Fa Do# La# Re Si La Sol# Sol

Sèrie invertida

Sol Fa# (greu) Fa (greu) Re# (greu) Do (greu) Mi (greu) Do# (greu)
La (greu) Sol# (greu) Re (greu) Si (greu) La# (greu)

Sèrie retrògrada de l'invertida

La# (greu) Si (greu) Re (greu) Sol# (greu) La (greu) Do# (greu)
Mi (greu) Do (greu) Re# (greu) Fa (greu) Fa# (greu) Sol

Composicions amb dodecafonisme

Sèries utilitzades:

OSol-RSol-ISol-IRSol-ODo-RDo-IDo-IRDo

Composició dodecafònica



21



Composicions amb serialisme integral

Escala cromàtica:



Successió modulada en 12:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 1, 9, 10, 7, 5, 0, 5, 5, 10, 3, 1, 4, 5, 9, 2, 11, 1

Ritme:

Blanca-negra-corxera-semicorxera-Sblanca-Snegra-Scorxera-Ssemicorxera

Serialisme amb Fibonacci i ritme 📢 23





Conclusions

Gràcies per la seva
atenció